



TITLE:

壁乱流に対するレイノルズ数効果：
より効果的なフィードバック制御
に向けて (乱れの発生,維持機構お
よび統計法則の数理)

AUTHOR(S):

岩本, 薫; 笠木, 伸英; 鈴木, 雄二

CITATION:

岩本, 薫 ...[et al]. 壁乱流に対するレイノルズ数効果：より効果的なフィードバック制御に
向けて (乱れの発生,維持機構および統計法則の数理). 数理解析研究所講究録 2002, 1285:
76-83

ISSUE DATE:

2002-09

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/42431>

RIGHT:

壁乱流に対するレイノルズ数効果 - より効果的なフィードバック制御に向けて -

東京大学大学院 岩本 薫 (Kaoru IWAMOTO)

東京大学大学院工学系研究科機械工学専攻 笠木 伸英 (Nobuhide KASAGI)

東京大学大学院工学系研究科機械工学専攻 鈴木 雄二 (Yuji SUZUKI)

Department of Mechanical Engineering,
The University of Tokyo

1. 序論

現在に至るまで、壁乱流でのレイノルズ数 (Re) 効果について様々な報告がなされている。Zagarola-Smits⁽¹⁾ は、高 Re 数における壁乱流での内外層の中間領域は、対数則よりべき乗則が良く成立することを示している。Moser ら⁽²⁾ は $Re_\tau (= u_\tau \delta / \nu) = 180 \sim 590$ (u_τ は壁面摩擦速度, δ はチャンネル半幅, ν は動粘性係数) でのチャンネル乱流の DNS の計算結果から、 $Re_\tau > 395$ では明らかな低 Re 数効果は現れないことを示した。壁近傍の乱流準秩序構造は壁乱流の輸送メカニズム、壁面せん断応力に大きく影響していることが明らかにされているが⁽³⁻⁵⁾, Adrian ら⁽⁶⁾ は、より高い Re 数では渦構造の大規模なクラスタが生じることを示している。

一方、乱流およびそれに伴う輸送現象の自在な制御を目標として、優れた制御効果が期待できるアクティブ・フィードバック制御が注目され、壁乱流の直接数値シミュレーション (DNS) を用いた数値実験によりその効果が実証されている⁽⁷⁻⁹⁾。Choi ら⁽¹⁰⁾ は、局所の壁面吹出し・吸込みとして、緩和層での壁垂直方向速度の逆位相の速度を与え、チャンネル乱流において約25%の摩擦抵抗低減を得た。Bewley ら⁽¹¹⁾ は準最適制御⁽¹²⁾ をチャンネル乱流に適用し、約17%の摩擦抵抗低減を得ている。近年、Lee ら⁽¹³⁾ は準最適制御を陽的に時間離散化した Navier-Stokes 方程式に適用し、壁面情報を基にした単純な制御アルゴリズムを導いている。

しかし、上述の一連の DNS を用いたフィードバック制御に関する検討は、低 Re 数効果が無視し得ない $Re_\tau \sim 100$ の条件でのみ行われている。実用的な場でのより高い Re 数では、乱れのスペクトルが拡大するとともに、乱流準秩序構造の複雑化が起こることが予想されるため、そのような状況にも効果の認められる制御アルゴリズムを構築する必要がある。

本研究の最終目的は、高 Re 数でも制御効果が得られる制御アルゴリズムを構築することである。本研究では、DNS を用いて低～中 Re 数のチャンネル乱流を模擬し、摩擦抵抗低減を目的とする既存のフィードバック制御の Re 数依存性について検討した。さらに、それらに対する機構的理解を得るために、流れ場の可視化および Karhunen-Loeve 分解を用いて、乱流準秩序構造の壁面摩擦への貢献、および乱流構造間の非線形相互作用について検討を行った。

2. 計算手法・制御手法

計算手法は Kim ら⁽¹⁴⁾ とほぼ同様であり、流れ方向 (x) およびスパン方向 (z) に Fourier 関数を、壁垂直方向 (y) には Chebyshev 関数を用いた擬スペクトル法を採用した。時間離散化は、非線形項に4次精度 Runge-Kutta 法、粘性項に2次精度 Crank-Nicolson 法をそれぞれ用いた。計算パラメータを表1にまとめる。 Re_τ は、110～650の5種とし、瞬時流量を一定に保って計算を行った。本研究の計算結果から得られる乱流統計量⁽¹⁵⁾ は、Moser ら⁽²⁾ の DNS データと良く一致する(図略)。以後、 u , v , w はそれぞれ x , y , z 方向の速度成分を表し、 $(\cdot)^+$ は u_τ と動粘性係数 ν で無次元化した量を示す。

本研究では、制御アルゴリズムとして V-control⁽¹⁰⁾, および準最適制御⁽¹³⁾ を用いる。制御入力として、壁面からの吹出し・吸込みを適用する。V-control の制御入力は、 $y^+ = 10$ における壁垂直方向速度

$v|_{y^+=10}$, および定数 α を用いて以下のように与えられる.

$$v_{wall}^+ = -\alpha v^+ \Big|_{y^+=10} \quad (1)$$

準最適制御で最小化されるべき評価関数としては, 吹出し・吸込みの運動エネルギーとスパン方向壁面摩擦の2乗の和を用いた. 制御入力は解析的に以下のように与えられる.

$$\hat{v}_{wall}^+ = \alpha \frac{ik_z}{k} \frac{\partial \hat{w}^+}{\partial y^+} \Big|_{wall}, \quad k = (k_x^2 + k_z^2)^{1/2} \quad (2)$$

ここで, $\hat{\cdot}$ は Fourier 係数を表し, k_x, k_z はそれぞれ x, z 方向の波数を表す. 定数 $\alpha (> 0)$ は制御エネルギーがポンプ動力の 0.05 ~ 0.5% になるように設定した.

制御エネルギー P_{in} とポンプ動力 W は以下のように定義される.

$$P_{in} = \overline{P_{wall} v_{wall}} + 1/2 \cdot \overline{\rho v_{wall}^3} \quad (3)$$

$$W = -d\bar{P}/dx \cdot U_{mean} \quad (4)$$

ここで, \bar{P} は平均圧力を表し, 制御なしの場合のポンプ動力を W_0 と書く. 初期場として, 十分発達させたチャネル乱流のデータを用いた.

3. フィードバック制御の Re 数効果

図 1 に Re 数と各制御アルゴリズムの壁面摩擦抵抗低減率の関係を示す. バルク流量を一定に保っている中で, 抵抗低減率 DR は次式で与えられる.

$$DR = (W_0 - W)/W_0 \quad (5)$$

$Re_\tau = 110$ では, $\alpha = 1$ において両制御アルゴリズムの抵抗低減率は約 20% であり, Choi ら⁽¹⁰⁾, 及び Lee ら⁽¹³⁾ の DNS の結果と良く一致する. V-control の場合, α を一定に保ち Re 数が増加すると, 抵抗低減率は概して減少するが, Re 数の増加に伴っておおよそ等しい値に漸近していく傾向が見られる.

一方, 準最適制御の場合, α を一定に保ち Re 数が増加すると, 抵抗低減率は一時的に増加するが, Re 数の増加に伴って減少する. $Re_\tau = 650$ では, $\alpha = 1$ において約 12% の抵抗低減率である. 後述のように, Re 数の増加に伴って壁近傍の非線形作用が顕著になることから, 上述の事実は, Lee ら⁽¹³⁾ の制御アルゴリズムが線形化された運動方程式を基に構築されていることが原因と考えられる.

図 2 に吹出し・吸込みの制御エネルギーと制御なしの場合のポンプ動力の比で定義した制御エネルギー比 P_{in}/W_0 と, 壁面摩擦抵抗低減率の関係を示す. V-control の場合, 制御エネルギー比を一定に保ち Re 数を増加すると, 図 1 と異なり, 抵抗低減率は著しく減少する. しかし, $Re_\tau > 300$ では, 抵抗低減率の Re 数に対する変化は小さく, Re 数効果について検討した Moser ら⁽²⁾ の乱流統計量に対する知見と符合する. 同じ制御エネルギー比 P_{in}/W_0 では, 準最適制御の抵抗低減率は V-control の低減率より少し小さいことが分かる.

上述の DNS の結果から, $Re_\tau = 300$ は高レイノルズ数とは見なされないが, 明瞭な低 Re 数効果は存在しないと考えられる. そこで, 本研究では $Re_\tau = 110$ と 300 における乱流メカニズムの相違を考察することによって, より効果的な制御アルゴリズムへの手がかりを得ることを試みる.

4. 乱流準秩序構造間の非線形相互作用

壁面せん断応力や輸送メカニズムへの乱流準秩序構造の貢献を定量的に評価するため, 構造間の相互作用を Karhunen-Loeve 分解⁽¹⁶⁾ を用いて分析する.

4.1 Karhunen-Loeve 分解 Karhunen-Loeve 分解では, 速度変動の 2 点相関テンソル κ_{ij} を用い, 以下の固有値問題を解いて固有モード ϕ_i を算出する⁽¹⁷⁻¹⁹⁾.

$$\int_0^{2\delta} \kappa_{ij}(y, y', m, n) \phi_j(y', m, n) dy' = \lambda(m, n) \phi_i(y), \quad i, j = 1-3 \quad (6)$$

ここで, m, n は各々 x, z 方向の波数であり, λ は固有値を表す. 各波数の組 (m, n) に対して, 固有値の数は y 方向グリッド点数 N_2 の3倍であり, q によりその順位を表すと, 1 固有モードは $\mathbf{k} = (m, n, q)$ で表される(20). 各固有モードは以下の式で実空間に変換される.

$$\phi^{\mathbf{k}}(x, y, z) = \phi^{\mathbf{k}}(y, m, n) e^{2\pi i(mx/L_1 + nz/L_3)} \quad (7)$$

各固有モードは, 以下の連続の式, 壁面での滑りなしを満たし, 互いに直交している.

$$\nabla \cdot \phi^{\mathbf{k}} = 0 \quad (8)$$

$$\phi^{\mathbf{k}} = 0, \quad \text{at } y = 0, 2\delta \quad (9)$$

$$\int_D \phi^{\mathbf{k}} \cdot \bar{\phi}^{\mathbf{l}} dx = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{l}} \quad (10)$$

ここで, (\sim) は複素共役を表す. 任意の流れ場は固有モードの線形重ね合わせにより表現される.

$$u(x, y, z, t) = \sum_{\mathbf{k}} a^{\mathbf{k}}(t) \phi^{\mathbf{k}}(x, y, z) \quad (11)$$

固有値 $\lambda^{\mathbf{k}}$ は各KLモードの乱れエネルギーを表しており(17), 乱れエネルギーへの貢献度により固有モードの順位付けをすることができる.

4. 2 KLモードの乱れエネルギーへの貢献 図3に $Re_\tau = 110, 300$ のそれぞれについて, 乱れエネルギーに最大の寄与を有するモードの鳥瞰図を示す. Re 数に関わらず流れ方向に一樣な低・高速領域, および大規模な渦構造が存在することが示される. このことは, minimal channel flow(21)内で再現された $Re_\tau = 136$ における乱流場のKL分解の結果(20)と良く一致している. $Re_\tau = 110$ では, 上位190モードの保有する乱れエネルギーが全体の50%に貢献し, $Re_\tau = 300$ では上位340モードとなる. また, 図には示さないが, ほぼ全てのモードに渦構造が存在する. 渦運動の同定にはすでに複数の方法が提案されているが, 本報では各KLモードの渦中心を, 変形速度テンソルの第2不変量 $Q^+ (= u_{ij}^+ u_{ji}^+)$ が最小値をとる位置と定義した. 図3に示した乱れエネルギーの最大モードの, 渦中心の壁からの距離 y_v は, $Re_\tau = 110$ では $y_v^+ \approx 52$, $Re_\tau = 300$ では $y_v^+ \approx 120$ である.

図4に, 壁面からの各位置 y_v に渦中心を持つ全てのKLモードの, 乱れエネルギーに対する貢献度を示す. $Re_\tau = 110, 300$ において, $y_v / \delta > 0.5$ での貢献度はほぼ一致するが, 壁近傍ではスケーリングされず, 乱れエネルギーに貢献する構造の壁垂直方向位置は単一のスケールではスケーリングできないことが分かる.

4. 3 KLモードの壁面せん断応力変動への貢献 壁面せん断応力変動の実効値 $\tau_{w,rms}$ に対する各モードの寄与を調べた(各モードの平均壁面せん断応力は0である). 図5に $Re_\tau = 110, 300$ において, $\tau_{w,rms}$ に最も貢献の大きいモードの $(y-z)$ 断面図を示す. $Re_\tau = 110$ の固有モードは流れ方向に一樣であり, $Re_\tau = 300$ の固有モードは流れ方向に1周期を持つが, 両 Re 数ともに, 壁近傍にストリークに類似した低・高速領域と, 縦渦構造が観察される. スパン方向周期は, それぞれ, $\Delta z^+ \approx 138, 134$ であり, 低速ストリークの平均間隔に近い値である. 縦渦と壁面との傾きは非常に小さく, 渦中心の壁からの距離は, それぞれ, $y_v^+ \approx 34, 31$ である.

図6に, 壁面からの各位置 y_v に渦中心を持つ全てのKLモードの, $\tau_{w,rms}$ に対する貢献度を示す. 乱れエネルギーに貢献する構造と異なり, y_v は粘性長さでスケーリングされる. 貢献度がピークを持つ y_v^+ は両 Re 数ともに約23である. 従って, KL分解で得られた壁面せん断応力変動に貢献の高い構造は, 粘性長さでスケーリングされる壁近傍の縦渦構造と一致する. 本研究の結果は, 壁面せん断応力と流れ方向渦度の2点相関から壁近傍の縦渦構造が壁面摩擦に関係していることを示した Kravchenko ら(5)の結果と定性的に一致する.

4. 4 渦中心の壁からの距離に基づくKLサブグループ 乱流準秩序構造を表すために, 渦中心

の壁からの距離 y_v によって, KL モードをサブグループに分割する. ここでは, y_v が $(n-1)\Delta y_v$ と $n\Delta y_v$ の間にある全ての KL モードを重ね合わせた構造を, n 番目のサブグループ $u^{<n>}$ と呼ぶことにする.

$$u^{<n>}(x, y, z, t) = \sum_{(n-1)\Delta y_v < y_v < n\Delta y_v} a^k(t) \phi^k(x, y, z) \quad (12)$$

ここで, $Re_\tau = 110, 300$ ともに $\Delta y_v^+ = 15$ であり, サブグループの数は $Re_\tau = 110, 300$ において, それぞれ, 8, 20 とした. 各サブグループは, KL モードの線形重ね合わせであるため, サブグループ同士は直交しており, また, 連続の式, 壁面での滑りなし条件を満たしている.

図 7 に, $Re_\tau = 300$ の瞬時場における $15 < y^+ < 30$ の渦構造, および, KL モードの重ね合わせである $u^{<2>}$ で定義される瞬時場の渦構造を, 変形速度テンソルの第 2 不変量 Q の 3 次元等値面 ($Q^+ < -0.03$) を用いて示す. 2 つの等値面はほぼ一致しており, $u^{<2>}$ は, 主に $15 < y^+ < 30$ における瞬時の渦構造を表していると考えられる.

4. 5 KL サブグループの平均壁面せん断応力への貢献 チャネル乱流において, 全応力 τ は,

$$\tau = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \bigg|_{wall} \left(1 - \frac{y}{\delta} \right) = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \quad (13)$$

と書ける. 式 (13) を y 方向に 2 回積分することにより, 次式のように平均壁面せん断応力をバルク流量とレイノルズ応力の積分値によって表し, 壁面摩擦に対するレイノルズ応力の貢献度を表す式を導くことができる.

$$\frac{\partial \bar{u}^+}{\partial y^+} \bigg|_{wall} = \frac{3}{Re_\tau} \bar{u}^+_{mean} + \frac{3}{Re_\tau^2} \int_0^{\delta^+} \int_0^{y^+} \overline{-u'^+ v'^+} dy^+ dy^+ \quad (14)$$

本研究では流量一定を仮定しているの, 右辺第 1 項は一定値であり, 平均壁面せん断応力を減少するためには, 右辺第 2 項のレイノルズ応力の積分値を減少させれば良い. $Re_\tau = 110, 300$ において, 右辺第 1 項の値は, それぞれ 0.38, 0.17 である.

図 8 に各 KL サブグループの式 (14) 右辺第 2 項の値を示す. $Re_\tau = 110$ では, $u^{<2>}$ の値は約 0.4 であり, $u^{<2>}$ を完全に減衰させることができれば, 約 40% の抵抗低減率を得られることを意味する. また, $u^{<n>}$ ($n \geq 5$) の値はほぼ 0 であり, 平均壁面せん断応力に貢献していないことが分かる. 一方, $Re_\tau = 300$ の場合, $u^{<2>}$ の値は約 0.22 に減少し, 逆に $u^{<3>}$, $u^{<4>}$ の値がともに約 0.15 に増大する. $u^{<n>}$ ($n \geq 6$) の値は 0.04 以下であり, これらはほとんど平均壁面せん断応力へ貢献していない. 従って, $Re_\tau = 300$ において約 40% の抵抗低減を得るためには, $u^{<2>}$ だけでなく, $u^{<3>}$ も完全に減衰させなければならないことが示唆される.

4. 6 KL サブグループ間の非線形相互作用 $u^{<n>}$ のエネルギー方程式は次式のように導かれる.

$$\begin{aligned} 0 = & \sum_m \overline{-u_i^{+<n>} u_j^{+<m>}} \cdot \overline{u_{i,j}^{+}} - \sum_m \overline{u_{i,j}^{+<n>} u_{i,j}^{+<m>}} + \left(\overline{-u_j^{+<n>} p'^+} \right)_{,j} + \sum_m \left(\overline{u_i^{+<n>} u_{i,j}^{+<m>}} \right)_{,j} \\ & + \sum_m \left(\overline{-1/2 \cdot u_i^{+<n>} u_i^{+<n>} u_j^{+<m>}} \right)_{,j} + \sum_l \sum_{m(l \neq n)} \left(\overline{-u_i^{+<n>} u_j^{+<l>} u_{i,j}^{+<m>}} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

右辺第 1~6 項は, それぞれ, 生成項, 散逸項, 圧力拡散項, 粘性拡散項, 乱流拡散項, サブグループ間非線形相互作用項を表す. 各サブグループ間の直交性は, 空間積分値に対して保証されるため, 式 (15) の $\overline{\quad}$ は, 厳密には時空間積分を表す. しかし, 結果的には各 y 断面で式 (15) の右辺の残差が 0 になることが確認できたため, $\overline{\quad}$ は時間, x, z 方向のみの平均として考えた.

前述のように, $Re_\tau = 110, 300$ ともに, 各サブグループは同一のサブグループとの間でのみレイノル

ズ応力をもつため、乱れエネルギーの生成についても、式(15)の第1項において $m=n$ のときのみ0でない値を持つ(図略)。生成項は $u^{<2>}$ が最大であり、全乱れエネルギーの生成項が壁近傍の縦渦の両側で大きな値を持つ事実⁽⁴⁾と一致する。一方、散逸項についても同様であり、同一のサブグループとの間で構成される散逸率テンソルのみによって値を持つ。

図9に $Re_\tau = 110, 300$ について、サブグループ $u^{<2>}$ の乱れエネルギーの収支を示す。どちらのレイノルズ数においても同様の分布を示す。ほぼ $y^+ = 12$ にピークを有する生成項をはじめとして、圧力拡散項、粘性拡散項、乱流拡散項は、全乱れエネルギーの収支に類似した分布を示す。一方、非線形相互作用項は、異なるサブグループ間のエネルギー伝達を表し、 $7 < y^+ < 45$ で負値を持ち、 $y^+ = 20$ 近辺でピークを持つ。非線形相互作用項のオーダーは散逸項と同じ程度であり、大きな値を有する。従って、生成された乱れエネルギーの一部は他のKLサブグループに伝達され、残りが壁近傍で散逸されたと考えられる。

図10に $Re_\tau = 110, 300$ について、各KLサブグループの非線形相互作用項、および生成項の空間積分値を示す。どちらのレイノルズ数においても $u^{<n>}$ ($n \leq 5$) の非線形相互作用項の積分値の絶対値は、それぞれのサブグループの生成項の空間積分値の15%以上であり、エネルギー収支に関して重要な項である。 $Re_\tau = 110$ の場合、 $u^{<2>}$ の非線形相互作用項のみが負値を持ち、乱れエネルギーは $u^{<2>}$ から他のサブグループへ伝達される。従って、 $u^{<2>}$ を減衰させることができれば、この他のサブグループへのエネルギー伝達も減少し、主たる生成項のない他のサブグループも間接的に減衰すると考えられる。一方、 $Re_\tau = 300$ では、 $u^{<3>}$ 、 $u^{<4>}$ にも $Re_\tau = 110$ より大きなエネルギー生成が生じている。また、 $u^{<2>}$ のみではなく、壁から離れたサブグループ ($u^{<n>}$, $3 \leq n \leq 5$) の非線形相互作用項も負値を持ち、 $30 < y^+ < 75$ で生成されたエネルギーがより壁近くのサブグループへ供給されている。

図11に $Re_\tau = 110$ での各KLサブグループの非線形相互作用項の空間積分値の収支を等値線で示す。 $u^{<n>}$ の (l, m) での値は、 $u^{<n>}$ が $u^{<l>}$ との非線形相互作用により $u^{<m>}$ から受け取る乱れエネルギーを意味する。 $u^{<1>}$ では、 $(l, m) = (2, 2)$ に正のピークを持ち、負値は持たない。つまり、 $u^{<1>}$ は、様々なKLサブグループとの非線形相互作用により乱れエネルギーを受け取るのみであり、他のKLサブグループへエネルギーを渡していない。 $u^{<2>}$ では、 $(l, m) = (2, 1)$ と $(2, 3)$ に負のピークを持ち、正値は持たない。つまり、 $u^{<2>}$ は主に自分自身を含む非線形相互作用により乱れエネルギーを $u^{<1>}$ 、 $u^{<3>}$ へ伝達し、他のKLサブグループから乱れエネルギーを受け取ることはない。 $u^{<3>}$ は正と負のピークを、それぞれ $(l, m) = (2, 2)$ 、 $(2, 1)$ に持つ。従って、 $u^{<3>}$ は主に $u^{<2>}$ を含む非線形相互作用により $u^{<2>}$ からエネルギーを得、 $u^{<1>}$ へエネルギーを伝達する。 $u^{<2>}$ から受け取るエネルギーが $u^{<1>}$ へ伝達するエネルギーより大きいため、図10に示したように非線形項の総和は正となる。

図12に $Re_\tau = 300$ での各KLサブグループの非線形相互作用の分布を示す。 $Re_\tau = 110$ の場合と類似の傾向を示すが、 $u^{<1>}$ では正値の範囲が広がっている。また、 $u^{<2>}$ の $(l, m) = (2, 3)$ での負のピークが減少し、 $(l, m) = (2, 1)$ での負のピークが増加する。さらに、 $u^{<3>}$ は正のピークが減少し、負のピークが増加するなど、壁から離れる方向である $u^{<n>}$ から $u^{<m>}$ ($n < m$) へのエネルギー輸送が減少し、逆に壁に向かう方向である $u^{<n>}$ から $u^{<m>}$ ($n > m$) へのエネルギー輸送が増加している。 $u^{<3>}$ は $u^{<2>}$ から受け取るエネルギーが $u^{<1>}$ へ伝達するエネルギーより小さいため、図10に示したように非線形項の総和は負と変化する。

一方、壁面近傍のKLサブグループ ($u^{<n>}$, $n \leq 3$) の、 $l \geq 6$, $m \geq 6$ における非線形相互作用項の平均値、rms値は、両Re数において小さく、壁から離れたKLサブグループ ($u^{<n>}$, $n \geq 6$) からの非線形相互作用の影響は小さい(図略)。従来、壁近傍の構造が自律的であることがしばしば論じられてきた⁽²²⁻²⁴⁾。Jimenez - Pinelli⁽²⁵⁾ は minimal channel flow⁽²¹⁾ のDNSにおいて、 $y^+ > 60$ の乱れを抑えた場合、壁近傍の領域は乱流を自己維持し、また $y^+ < 60$ の乱れを抑えた場合、層流化することを示している。KL分解を用いた本研究の結果は、壁近傍の力学が、おおよそ $y^+ < 75$ の構造のみに支配されていることを定量的に明らかにするものである。

4. 7 壁乱流に対するレイノルズ数効果 上述のように, Re 数が増加すると, 壁近傍 ($y^+ < 30$) の縦渦構造の重要性は変化しないが, 壁から離れた構造 ($30 < y^+ < 75$) の, 壁近傍でのレイノルズ応力, 平均壁面せん断応力に対する貢献度がともに増加する. 一方, $y^+ > 75$ での構造の貢献は Re 数によらず小さい. また, 壁から離れる方向への構造間でのエネルギー輸送が減少し, 壁に向かう方向へのエネルギー輸送が増加する. これらの結果は, より高い Re 数では, 壁から離れた構造 ($30 < y^+ < 75$) の壁近傍の力学への貢献度が増加することを示している. よって, 高 Re 数における, より効果的なフィードバック制御を構築するためには, 壁近傍 ($y^+ < 30$) の縦渦構造だけでなく, $30 < y^+ < 75$ に位置する構造を検知し, それらを制御の対象とするアルゴリズムの開発が重要と考えられる.

5. 結論

摩擦抵抗低減を目的とするフィードバック制御の Re 数効果を評価するために, DNS を用いて Re 数の異なるチャネル乱流を模擬した. KL 分解を用いることにより, 壁近傍渦構造と壁面から離れた構造間の相互作用の影響を定量的に検討し, 以下の知見を得た.

- 1) V-control は, 本研究で検討を行った Re 数範囲で一定の制御効果をもたらすが, 同じ制御効果を得るための制御エネルギー比 P_{in} / W_0 は Re 数の増加とともに増加する. 同じ Re 数, 制御エネルギー比において, 準最適制御の制御効果は V-control の制御効果より小さい.
- 2) 壁面せん断応力変動への寄与率が高い KL モードは, 粘性長さでスケーリングされる壁近傍の縦渦構造である. 平均壁面せん断応力についてもこれらの構造の寄与が大きいが, Re 数が増加すると壁から離れた構造 ($30 < y^+ < 75$) の貢献度が増加する.
- 3) $Re_\tau = 110, 300$ において, 壁近傍の力学は, $y^+ < 75$ の構造に支配される. $Re_\tau = 110$ の場合, 壁から離れた構造 ($30 < y^+ < 75$) から壁近傍の構造 ($y^+ < 30$) への逆方向のエネルギー輸送は小さいが, $Re_\tau = 300$ ではより大きくなる.
- 4) 高 Re 数における, より効果的なフィードバック制御を構築するためには, 壁近傍 ($y^+ < 30$) の縦渦構造だけでなく, $30 < y^+ < 75$ に位置する構造を検知し, それらを制御の対象とするアルゴリズムの開発が重要である.

文献

- (1) Zagarola, M. V., and Smits, A. J., *J. Fluid Mech.*, **373**, (1998), 33.
- (2) Moser, R. D., Kim, J., and Mansour, N. N., *Phys. Fluids*, **11**, 4, (1999), 943.
- (3) Robinson, S. K., *NASA TM 103859*, (1991).
- (4) Kasagi, N., Sumitani, Y., Suzuki, Y., and Iida, O., *Int. J. Heat & Fluid Flow*, **16**, (1995), 2.
- (5) Kravchenko, A. G., Choi, H., and Moin, P., *Phys. Fluids*, A **5**, 12, (1993), 3307.
- (6) Adrian, R. J., Meinhart, C. D., and Tomkins, C. D., *J. Fluid Mech.*, **422**, (2000), 1.
- (7) Moin, P., and Bewley, T., *Appl. Mech. Rev.*, **47**, (1994), S3.
- (8) Gad-el-Hak, M., *Appl. Mech. Rev.*, **49**, 7, (1996), 365.
- (9) Kasagi, N., *Int. J. Heat & Fluid flow*, **19**, (1998), 125.
- (10) Choi, H., Moin, P., and Kim, J., *J. Fluid Mech.*, **262**, (1994), 75.
- (11) Bewley, T., Choi, H., Temam, R., and Moin, P., *CTR Annual Research Briefs*, (1993), 3.
- (12) Choi, H., Temam, R., Moin, P., and Kim, J., *J. Fluid Mech.*, **253**, (1993), 509.
- (13) Lee, C., Kim, J., and Choi, H., *J. Fluid. Mech.*, **358**, (1998), 245.
- (14) Kim, J., Moin, P., and Moser, R., *J. Fluid Mech.*, **177**, (1987), 133.
- (15) <http://www.thtlab.t.u-tokyo.ac.jp>
- (16) Lumley, J. L., *Stochastic tools in turbulence*. Academic, (1970).
- (17) Lumley, J. L., *Transition and Turbulence* (ed. R. E. Meyer), Academic, (1981).

- (18) Moin, P., and Moser, R., *J. Fluid Mech.*, **200**, (1989), 471.
 (19) Sirovich, L., Ball, K. S., and Keefe, L. R., *Phys. Fluids*, A **2**, (1990), 2217.
 (20) Webber, G. A., Handler, R. A., and Sirovich, L., *Phys. Fluids*, **9**, (1997), 1054.
 (21) Jimenez, J., and Moin, P., *J. Fluid Mech.*, **225**, (1991), 213.
 (22) Brooke, J. W., and Hanratty, T. J., *Phys. Fluids*, A **5**, (1993), 1011.
 (23) Hamilton, J. M., Kim, J., and Waleffe F., *J. Fluid Mech.*, **287**, (1995), 317.
 (24) Jeong, J., Hussain, F., Schoppa, W., and Kim, J., *J. Fluid Mech.*, **332**, (1997), 185.
 (25) Jimenez, J., and Pinelli, A., *J. Fluid Mech.*, **389**, (1999), 335.

Table 1. Basic conditions of DNS of turbulent channel flow (Δy_c^+ is the y -interval at the channel center).

Re_τ	Computational periods		Grid points N_x, N_y, N_z	Grid spacings		
	L_x	L_z		Δx^+	Δy_c^+	Δz^+
110	$5\pi\delta$	$2\pi\delta$	48, 65, 48	36.0	5.40	14.4
150	$2.5\pi\delta$	$\pi\delta$	64, 97, 64	18.4	4.91	7.36
300	$2.5\pi\delta$	$\pi\delta$	128, 193, 128	18.4	4.91	7.36
400	$2.5\pi\delta$	$\pi\delta$	192, 257, 192	16.4	4.91	6.54
650	$2.5\pi\delta$	$\pi\delta$	288, 257, 384	17.7	7.98	5.32

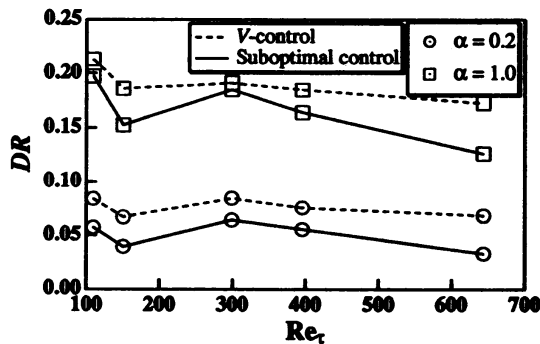


Fig. 1 Dependence of drag reduction rate on Reynolds number.

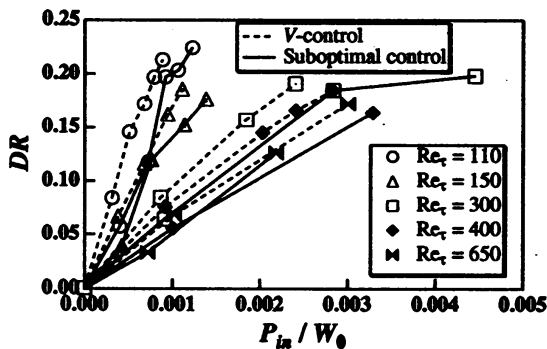


Fig. 2 Drag reduction rate versus power input ratio.

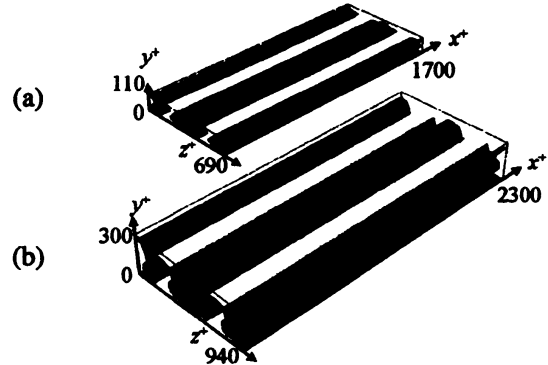


Fig. 3 Most energetic eigenfunction among the KL modes. Isosurfaces of u'^+ and the second invariant of the deformation tensor Q^+ are shown. White, $u'^+ = 0.15$; black, $u'^+ = -0.15$; mesh, $Q^+ = 0$. (a) $Re_\tau = 110$, (b) $Re_\tau = 300$.

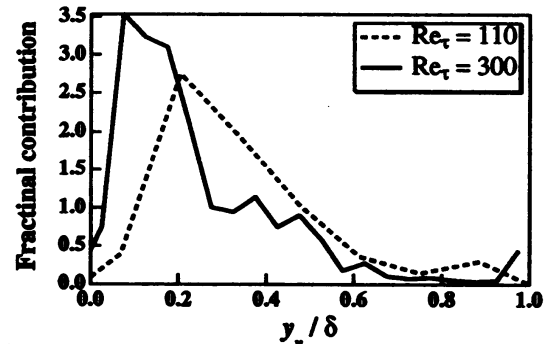


Fig. 4 Fractional contribution of KL mode at y_v to the total turbulent kinetic energy in the channel.

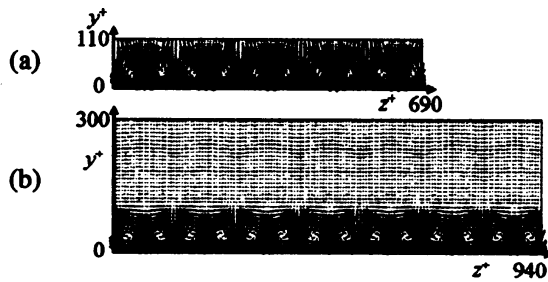


Fig. 5 Eigenfunction of the largest contribution to $\tau_{w,rms}$: velocity vectors and contours of the streamwise velocity fluctuation u'^+ (gray, $u'^+ > 0.15$; black, $u'^+ < -0.15$). (a) $Re_\tau = 110$, (b) $Re_\tau = 300$.

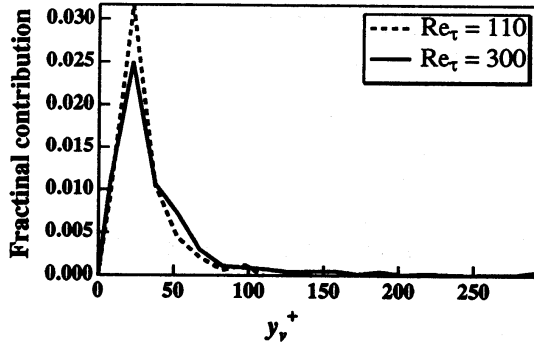


Fig. 6 Fractional contribution of KL mode at y_v^+ to $\tau_{w,rms}$.

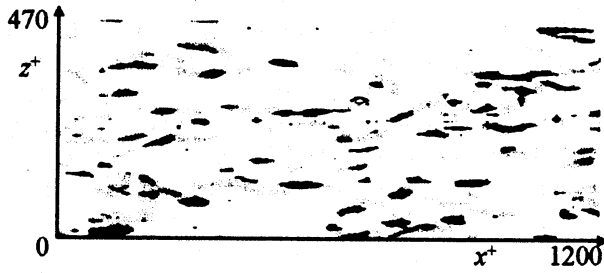


Fig. 7 Plane view of near-wall coherent structures for $Re_\tau = 300$ (gray, the second invariant of the deformation tensor ($Q^+ < -0.03$) at $15 < y^+ < 30$; black, the second invariant of the deformation tensor of $u^{<2>}$ ($Q^+ < -0.03$)).

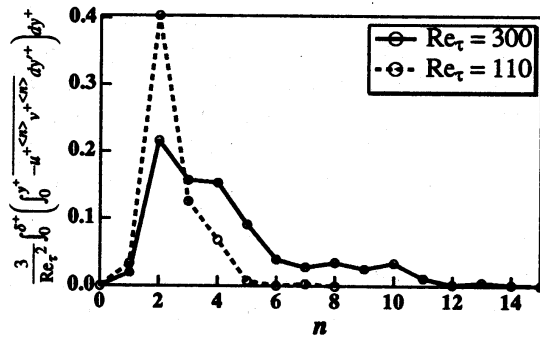


Fig. 8 Fractional contribution of each KL subgroup to the wall friction increase beyond the laminar value.

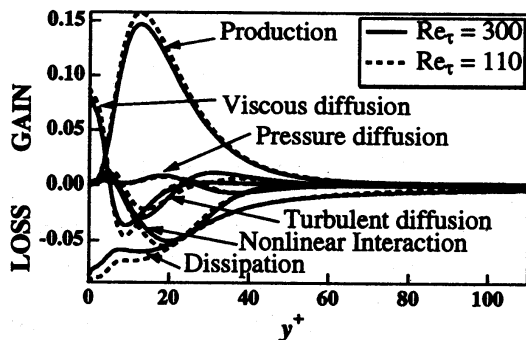


Fig. 9 Energy budget of $u^{<2>}$ at $Re_\tau = 110$ and 300 .

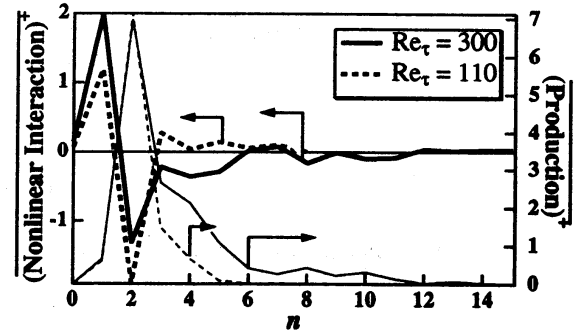


Fig. 10 Time-space integrals of nonlinear interaction and production term of each KL subgroup at $Re_\tau = 110$ and 300 .

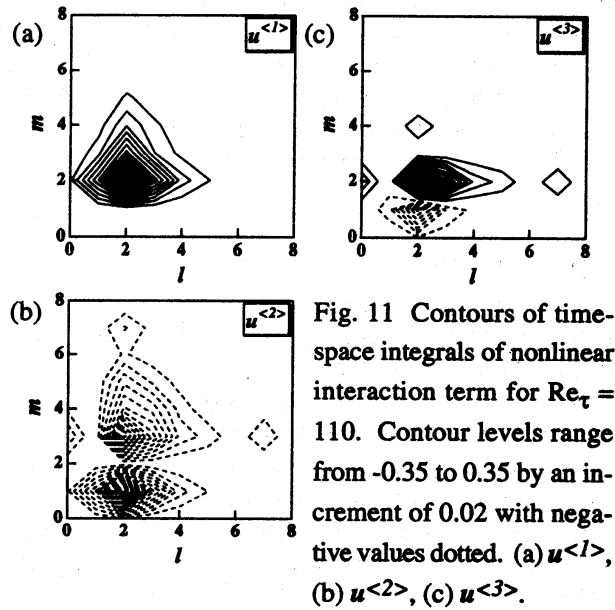


Fig. 11 Contours of time-space integrals of nonlinear interaction term for $Re_\tau = 110$. Contour levels range from -0.35 to 0.35 by an increment of 0.02 with negative values dotted. (a) $u^{<1>}$, (b) $u^{<2>}$, (c) $u^{<3>}$.

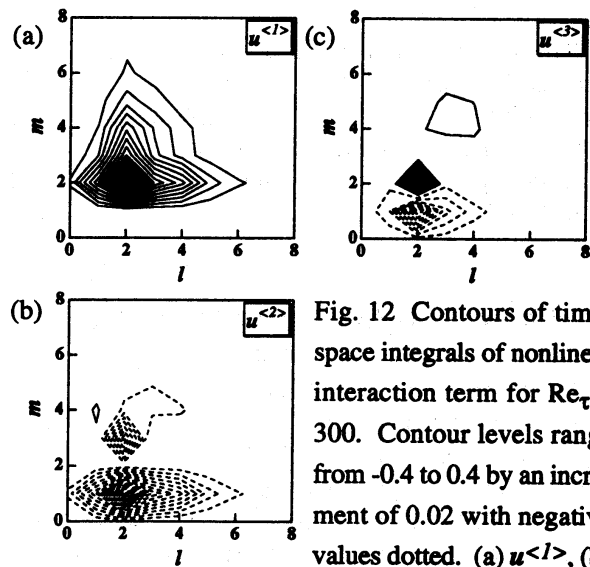


Fig. 12 Contours of time-space integrals of nonlinear interaction term for $Re_\tau = 300$. Contour levels range from -0.4 to 0.4 by an increment of 0.02 with negative values dotted. (a) $u^{<1>}$, (b) $u^{<2>}$, (c) $u^{<3>}$.